

Phân tích và so sánh các giả thiết nghiệm trong xác định vận tốc gió flutter tới hạn của cầu nhịp lớn bằng phương pháp bước lặp

Nguyễn Phan Anh¹, Đặng Xuân Thao², Trần Ngọc An¹, Nguyễn Hồng Sơn^{2*}

¹Trường Đại học Hàng hải Việt Nam, 484 Lạch Tray,

phường Lê Chân, TP. Hải Phòng, Việt Nam

²Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội, 298 Cầu Diễn,

phường Tây Tựu, Hà Nội, Việt Nam

Ngày nhận bài 17/3/2026; ngày chuyển phản biện 19/3/2026;

ngày nhận phản biện 6/4/2026; ngày chấp nhận đăng 10/4/2026

Tóm tắt:

Phương pháp bước lặp là một công cụ mạnh để xác định vận tốc gió flutter tới hạn của mô hình mặt cắt dầm cầu nhịp lớn. Phương pháp này được đề xuất bởi GS. Matsumoto (Đại học Kyoto). Ưu điểm nổi bật của phương pháp là khả năng phân tích sự mất ổn định khí động của mặt cắt dầm cầu theo cả hai nhánh uốn và xoắn. Đồng thời mô tả được ứng xử của kết cấu trên toàn miền vận tốc gió, bao gồm vùng dưới tới hạn, tại vị trí tới hạn và vùng trên tới hạn. Trong các công bố của GS. Matsumoto, nghiệm dao động được giả thiết theo ba trường hợp khác nhau. Bài báo này tập trung đánh giá sự sai khác trong kết quả tính toán tương ứng với ba giả thiết đó. Mô phỏng số được thực hiện cho các mô hình mặt cắt của cầu Akashi Kaikyo và cầu Gibraltar. Các phân tích so sánh bao gồm tần số flutter và độ cản Loga trên toàn miền vận tốc gió. Kết quả nghiên cứu cung cấp cái nhìn rõ hơn về ảnh hưởng của các dạng giả thiết nghiệm dao động đến dự báo flutter khi sử dụng phương pháp bước lặp, đồng thời góp phần làm rõ hơn cách diễn giải sự mất ổn định khí động đàn hồi của các dầm cầu nhịp lớn.

Từ khóa: cầu Akashi Kaikyo, cầu Gibraltar, mô hình mặt cắt, phương pháp bước lặp, vận tốc gió flutter tới hạn.

Chỉ số phân loại: 2.1

Analysis and comparison of solution assumptions for the determination of critical flutter wind speed of long-span bridges via the step-by-step method

Phan Anh Nguyen¹, Xuân Thao Dang², Ngọc An Tran¹, Hong Son Nguyen^{2*}

¹Vietnam Maritime University, 484 Lach Tray Street,

Le Chan Ward, Hai Phong City, Vietnam

²Hanoi University of Industry, 298 Cau Dien Street, Tay Tuu Ward, Hanoi, Vietnam

Received 17 March 2026; revised 6 April 2026; accepted 10 April 2026

*Tác giả liên hệ: Email: nguyenhongson@hau.edu.vn

Abstract:

The step-by-step method is a powerful tool for determining the critical flutter wind velocity of long-span bridge deck section models. This method was proposed by Prof. Matsumoto from Kyoto University. A notable advantage of this approach is its capability to analyse the aerodynamic instability of a bridge deck section in both heaving and torsional branches, while also describing the structural behavior over the entire wind velocity range, including the subcritical region, the critical state, and the postcritical region. In the publications of Matsumoto, the oscillation solution is assumed under three different cases. This study focuses on evaluating the differences in computational results corresponding to these three assumptions. Numerical simulations are conducted for the deck section models of the Akashi Kaikyo Bridge and the Gibraltar Bridge. Comparative analyses are performed in terms of flutter frequency and logarithmic decrement across the entire wind velocity range. The results provide insight into the influence of the assumed oscillation forms on flutter prediction using the step-by-step method and contribute to a more consistent interpretation of aeroelastic instability in long-span bridge decks.

Keywords: Akashi Kaikyo bridge, Gibraltar bridge, critical flutter wind speed, section model, step-by-step method.

Classification number: 2.1**1. Đặt vấn đề**

Dao động của cầu nhịp lớn dưới tác dụng của gió luôn nhận được sự quan tâm của các kỹ sư thiết kế cũng như các nhà nghiên cứu. Dưới tác dụng của gió, một trong những hiện tượng khí động học nguy hiểm nhất của dầm cầu đó là dao động uốn xoắn kết hợp hay còn gọi là hiện tượng flutter. Lực gió tác dụng trong trường hợp này là lực tự kích bởi vì chính dao động của dầm cầu đã tác dụng ngược trở lại luồng gió và làm thay đổi lực gió tác dụng lên cầu. Mô hình nghiên cứu dao động flutter của dầm cầu có thể được tiến hành theo mô hình mặt cắt [1, 2], trong đó, mặt cắt dầm cầu được xét có hai bậc tự do với dao động uốn và dao động xoắn kết hợp.

Để tính vận tốc gió flutter tới hạn cho mô hình mặt cắt, có thể sử dụng phương pháp phân tích trị riêng phức [1, 2] hoặc phương pháp ký hiệu số phức [3]. GS. Matsumoto đã đề xuất phương án thứ ba đó là phương pháp bước lặp [4-10]. Đây là phương pháp mạnh cho phép phân tích ổn định của dầm cầu theo cả nhánh uốn và nhánh xoắn, trong đó các kết quả nghiên cứu chỉ ra rằng nhánh xoắn thông thường sẽ trội hơn. Phương pháp này cũng cho phép xác định tần số flutter, độ cản Loga, độ lệch pha và tỷ số biên độ của hai dao động uốn xoắn trên toàn miền vận tốc gió, bao gồm

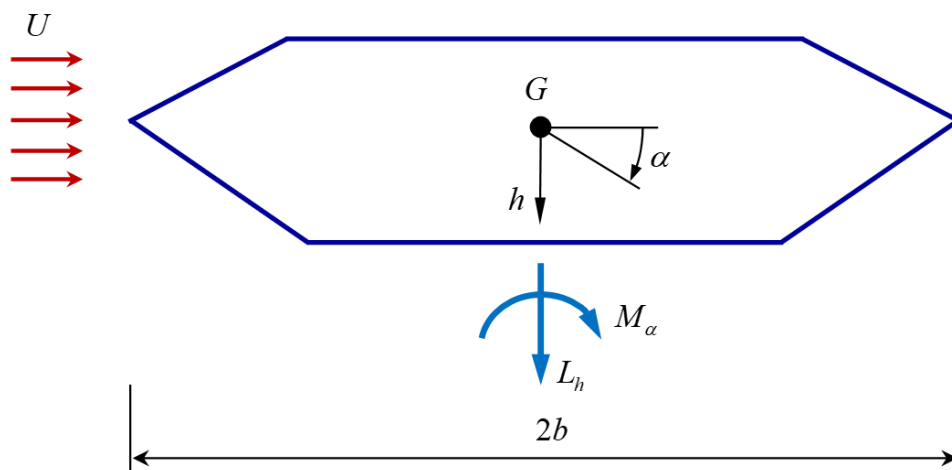
vùng dưới tới hạn, tại vị trí tới hạn và vùng trên tới hạn. Phương pháp này cũng đã được phát triển tính toán cho trường hợp mặt cắt dầm cầu lắp TMDs [11] và lắp các khối lượng lệch tâm [12] nhằm nâng cao vận tốc gió tới hạn.

Để xác định vận tốc gió flutter tới hạn theo phương pháp bước lặp, bước đầu tiên là giả thiết nghiệm dao động. GS. Matsumoto đã đưa ra ba trường hợp giả thiết nghiệm khác nhau. Trong bài báo này, các tác giả so sánh kết quả tính toán mô phỏng số về đáp ứng khí động của dầm cầu theo ba trường hợp này. Các kết quả mô phỏng số được tiến hành với các mô hình mặt cắt của cầu Akashi Kaikyo và cầu Gibraltar.

2. Nội dung tính toán

2.1. Mô hình nghiên cứu

Đối với cầu có chiều dài nhịp lớn, có thể tách một phân đoạn dầm cầu xem như mặt cắt để tính toán dao động uốn xoắn của dầm cầu dưới tác dụng của gió. Xét mặt cắt dầm cầu như trên hình 1 với chiều rộng $2b$, khối lượng trên một đơn vị dài là m , momen quán tính khối trên một đơn vị dài là I . Dầm cầu có chuyển vị theo phương uốn và phương xoắn lần lượt là h và α quanh khối tâm G của mặt cắt dầm cầu. Tần số dao động uốn và dao động xoắn của dầm cầu lần lượt là ω_h và ω_α , độ cản Lehr theo phương uốn và phương xoắn tương ứng là ζ_h và ζ_α . Dầm cầu chịu tác dụng của luồng gió thổi đều với vận tốc U . Các lực khí động tác dụng lên một đơn vị dài dầm cầu bao gồm lực nâng L_h và momen xoắn M_α .



Hình 1. Mô hình mặt cắt của dầm cầu.

Phương trình dao động của dầm cầu có thể được viết dưới dạng [1, 2]:

$$m\ddot{h}(t) + c_h\dot{h}(t) + k_h h(t) = L_h \quad (1)$$

$$I\ddot{\alpha}(t) + c_\alpha\dot{\alpha}(t) + k_\alpha \alpha(t) = M_\alpha \quad (2)$$

trong đó:

$$k_h = m\omega_h^2; \quad k_\alpha = I\omega_\alpha^2; \quad c_h = 2m\zeta_h\omega_h; \quad c_\alpha = 2I\zeta_\alpha\omega_\alpha \quad (3)$$

với k_h và k_α lần lượt là độ cứng chống uốn và độ cứng chống xoắn của dầm cầu, c_h và c_α lần lượt là độ cản uốn và độ cản xoắn của dầm cầu.

Các lực nâng và momen khí động được biểu diễn dưới dạng [4-7]:

$$L_h = \frac{1}{2}\rho U^2 (2b) \left[kH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kH_2^* \frac{b\dot{\alpha}}{U} + k^2 H_3^* \alpha + k^2 H_4^* \frac{h}{b} \right] \quad (4)$$

$$M_\alpha = \frac{1}{2}\rho U^2 (2b^2) \left[kA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + kA_2^* (K) \frac{b\dot{\alpha}}{U} + k^2 A_3^* \alpha + k^2 A_4^* \frac{h}{b} \right] \quad (5)$$

với ρ là khối lượng riêng của không khí, k là tần số thu gọn, được xác định:

$$k = \frac{b\omega}{U} \quad (6)$$

và các đại lượng H_i^* , A_i^* ($i=1, 2, 3, 4$) là các tham số khí động và thường được xác định bằng thực nghiệm.

Vận tốc gió flutter tới hạn của dầm cầu được tìm từ hệ phương trình (1) và (2) với điều kiện độ cản $\text{Loga}=0$. Vùng dưới tới hạn sẽ tương ứng với giá trị vận tốc gió nhỏ hơn vận tốc gió flutter tới hạn (độ cản $\text{Loga}>0$) và vùng trên tới hạn sẽ tương ứng với giá trị vận tốc gió lớn hơn vận tốc gió tới hạn (độ cản $\text{Loga}<0$). Mục tiếp theo sẽ trình bày việc xác định vận tốc gió flutter tới hạn theo phương pháp bước lặp.

2.2. Phương pháp bước lặp

Phương pháp bước lặp cho phép tính toán ổn định flutter theo cả hai nhánh uốn và xoắn, do đó trong mục này trình bày tính toán ổn định flutter của dầm cầu theo cả hai nhánh cùng với 3 trường hợp giả thiết dạng dao động của GS. Matsumoto.

2.2.1. Nhánh xoắn

Trường hợp 1 [4-7]:

Bước 1: Giả thiết dao động xoắn tự kích có dạng:

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega_F t \quad (7)$$

với α_0 là biên độ dao động, ω_F là tần số flutter và t là biến thời gian.

Bước 2: Với giả thiết dạng dao động xoắn trong bước 1, thay vào phương trình (1), ta tìm tỷ số biên độ h_0/α_0 (với h_0 là biên độ dao động uốn) và độ lệch pha giữa dao động uốn và dao động xoắn $\Psi_{h\alpha}$.

Bước 3: Thay tỷ số biên độ và độ lệch pha tìm được vào phương trình (2) và biểu diễn lại phương trình (2) dưới dạng dao động tự do:

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta_F \omega_F \dot{\alpha} + \omega_F^2 \alpha = 0 \quad (8)$$

So sánh về mặt biểu thức, ta sẽ tìm được độ cản Lehr ζ_F và tần số flutter ω_F tương ứng.

Độ cản Loga được xác định theo công thức sau:

$$\delta_F = 2\pi\zeta_F \quad (9)$$

Trường hợp 2 [9]:

Trình tự tính toán như trường hợp 1 nhưng tại bước 1, giả thiết dao động xoắn tự kích có dạng:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\zeta_F \omega_F t} \sin \omega_F t \quad (10)$$

với ζ_F là độ cản Lehr trong dao động flutter.

Trường hợp 3 [10]:

Trình tự tính toán như trường hợp 1 nhưng tại bước 1, giả thiết dao động xoắn tự kích có dạng:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\zeta'_F \omega_F t} \sin \omega_F t \quad (11)$$

trong đó:

$$\zeta'_F = \frac{\zeta_F}{\sqrt{1 - \zeta_F^2}} \quad (12)$$

Tại bước 3, biểu diễn lại phương trình (2) dưới dạng dao động tự do:

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta'_F \omega_F \dot{\alpha} + \omega_F^2 (1 + \zeta_F'^2) \alpha = 0 \quad (13)$$

So sánh về mặt biểu thức, ta sẽ tìm được độ cản Lehr ζ_F và tần số flutter ω_F tương ứng.

2.2.2. Nhánh uốn

Trường hợp 1 [4-7]:

Bước 1: Giả thiết dao động uốn tự kích có dạng:

$$h = h_0 \sin \omega_F t \quad (14)$$

với h_0 là biên độ dao động.

Bước 2: Với giả thiết dạng dao động uốn trong bước 1, thay vào phương trình (2), ta tìm tỷ số biên độ h_0/α_0 (với h_0 là biên độ dao động xoắn) và độ lệch pha giữa dao động uốn và dao động xoắn $\Psi_{h\alpha}$.

Bước 3: Thay tỷ số biên độ và độ lệch pha tìm được vào phương trình (1) và biểu diễn lại phương trình (1) dưới dạng dao động tự do:

$$\ddot{h} + 2\zeta_F \omega_F \dot{h} + \omega_F^2 h = 0 \quad (15)$$

So sánh về mặt biểu thức, ta sẽ tìm được độ cản Lehr ζ_F và tần số flutter ω_F tương ứng.

Trường hợp 2 [9]:

Trình tự tính toán như trường hợp 1 nhưng tại bước 1, giả thiết dao động uốn tự kích có dạng:

$$h = h_0 e^{-\zeta_F \omega_F t} \sin \omega_F t \quad (16)$$

Trường hợp 3 [10]:

Trình tự tính toán như trường hợp 1 nhưng tại bước 1, giả thiết dao động uốn tự kích có dạng:

$$h = h_0 e^{-\zeta'_F \omega_F t} \sin \omega_F t \quad (17)$$

Tại bước 3, biểu diễn lại phương trình (1) dưới dạng dao động tự do

$$\ddot{h} + 2\zeta'_F \omega_F \dot{h} + \omega_F^2 (1 + \zeta'^2_F) h = 0 \quad (18)$$

So sánh về mặt biểu thức, ta sẽ tìm được độ cản Lehr ζ_F và tần số flutter ω_F tương ứng.

Như vậy, nhận thấy rằng với dạng giả thiết nghiệm (11) và (17) cũng như dạng biểu diễn của phương trình (13) và (18) là phù hợp nhất về mặt giải tích và do đó trường hợp 3 sẽ cho nghiệm chính xác nhất. Mặt khác, cùng với sự tăng lên của vận tốc gió, dao động của dầm cầu xảy ra tại vùng dưới tới hạn (độ cản Loga dương), tới hạn (độ cản Loga bằng không) và trên tới hạn (độ cản Loga âm) nên việc giả thiết tính toán dao động có dạng hàm sin điều hòa cho toàn miền vận tốc gió như trong trường hợp 1 là không phù hợp. Trong phần tiếp theo sẽ tiến hành mô phỏng số để so sánh sự sai khác về mặt kết quả của các dạng giả thiết nghiệm trên.

3. Ví dụ tính toán

3.1. Cầu Akashi Kaikyo

3.1.1. Số liệu đầu vào

Xét cầu dây văng Akashi Kaikyo bắc qua vịnh Akashi, Nhật Bản (hình 2). Mặt cắt cầu có các tham số: bề rộng $2b=30$ m; tần số dao động uốn $\omega_h=0,427$ rad/s; tần số dao động xoắn $\omega_\alpha=0,917$ rad/s; độ cản Lehr theo phương uốn $\zeta_h=0$; độ cản Lehr theo phương xoắn $\zeta_\alpha=0$; khối lượng trên một đơn vị dài $m=33600$ kg/m; momen quán tính khối trên một đơn vị dài $I=4,97 \times 10^6$ kgm²/m; khối lượng riêng không khí $\rho=1,23$ kg/m³ [13, 14]. Các tham số khí động của cầu Akashi Kaikyo được xem như trường hợp tám mỏng [13, 14].

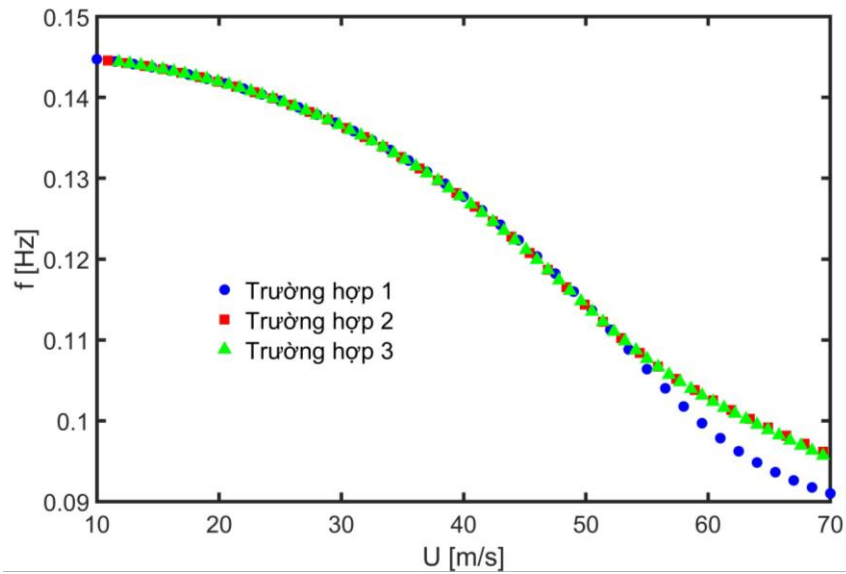


Hình 2. Cầu Akashi Kaikyo (Nhật Bản). Ảnh: Kzaral (CC BY 2.0), Flickr.

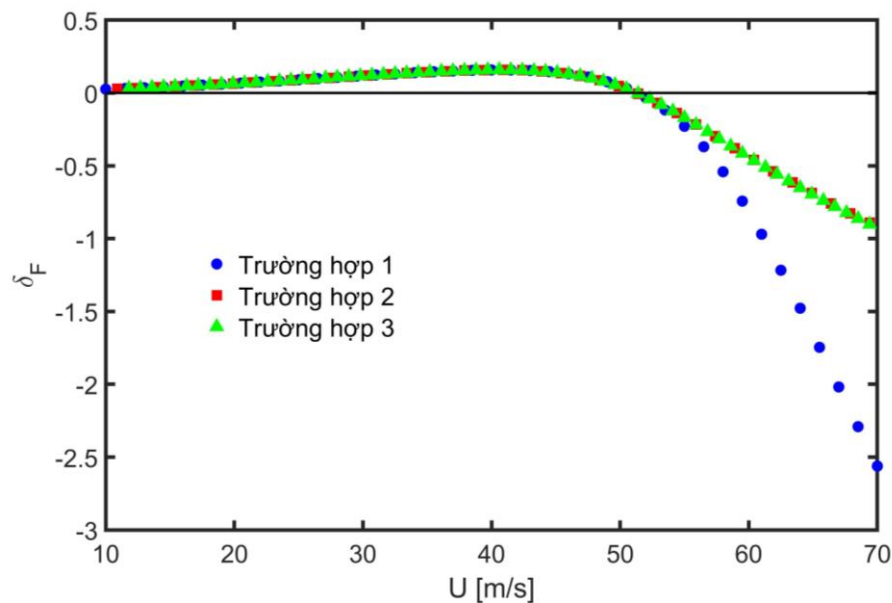
3.1.2. Các kết quả mô phỏng số

Với số liệu đầu vào như mục 3.1, tiến hành mô phỏng số bằng phần mềm Matlab với ba trường hợp giả thiết nghiệm cho cả hai nhánh uốn và xoắn. Cả 3 trường hợp đều xảy ra mất ổn định ở nhánh xoắn với vận tốc gió flutter tới hạn là 51,3 m/s và tần số flutter tương ứng là 0,1124 Hz. Theo tài liệu [13], vận tốc gió tới hạn là 52 m/s, trong khi đó, theo tài liệu [14], vận tốc gió tới hạn là 53 m/s. Như vậy, có thể nhận thấy vận tốc gió flutter tới hạn tính toán trong bài báo phù hợp tốt với các tài liệu tham khảo. Mặt khác, do tại vị trí tới hạn, ta có độ cản Lehr bằng không (tức độ cản Loga=0) nên việc giả thiết dạng dao động xoắn ở các phương trình (7), (9) và (10) là như nhau cũng như việc biểu diễn lại phương trình (2) dưới dạng dao động tự do ở bước 3 là giống nhau nên việc xác định vận tốc gió flutter tới hạn trong ba trường hợp là trùng khớp.

Sự biến thiên của tần số flutter và độ cản Loga theo vận tốc gió được lần lượt biểu thị như trên hình 3 và 4 cho nhánh xoắn, hình 5 và 6 cho nhánh uốn. Có thể nhận thấy rằng, đối với nhánh xoắn, ở vùng dưới tới hạn, đồ thị biến thiên của tần số và độ cản Loga trong 3 trường hợp khá trùng khớp nhau, tuy nhiên, tại vùng trên tới hạn, chỉ có đồ thị của trường hợp 2 và trường hợp 3 bám sát nhau trong khi đó đồ thị của trường hợp 1 lại tách ra và có sự sai khác rõ rệt. Khi vận tốc gió là 70 m/s, độ cản Loga lần lượt là -2,56; -0,92; -0,93 đối với các trường hợp 1, 2 và 3 trên nhánh xoắn. Đối với nhánh uốn, chỉ có đồ thị của trường hợp 2 và 3 bám sát nhau, trong khi đó tại vùng trên tới hạn đồ thị của trường hợp 1 cũng tách ra khá rõ rệt. Khi vận tốc gió là 70 m/s, độ cản Loga lần lượt là -1,73; -0,91; -0,93 đối với các trường hợp 1, 2 và 3 trên nhánh uốn.



Hình 3. Đồ thị quan hệ U-f trong ba trường hợp với nhánh xoắn (cầu Akashi Kaikyo).

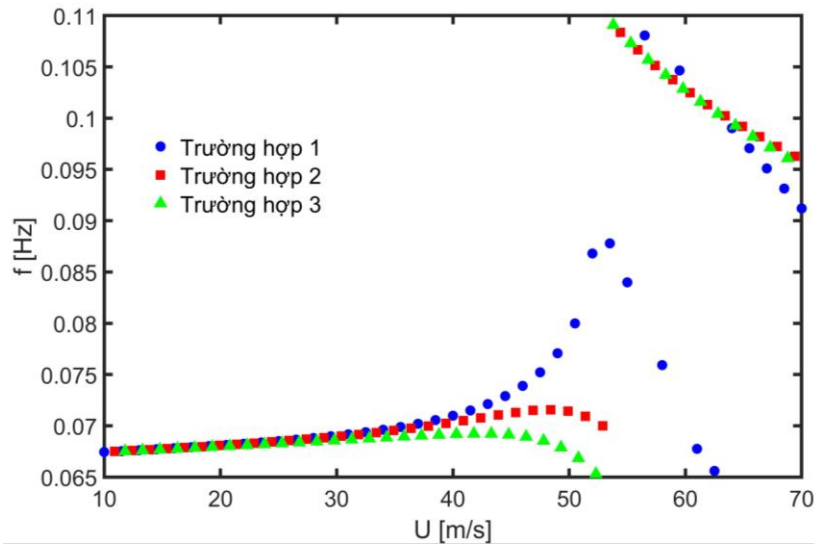


Hình 4. Đồ thị quan hệ U- δ_F trong ba trường hợp với nhánh xoắn (cầu Akashi Kaikyo).

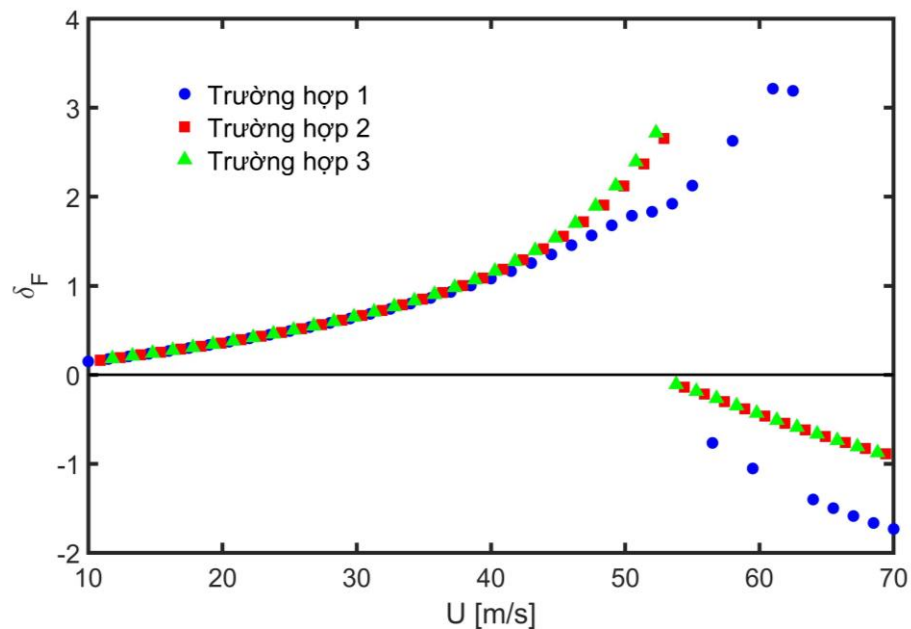
3.2. Cầu Gibraltar

3.2.1. Số liệu đầu vào

Xét mặt cắt cầu Gibraltar, có dạng dầm hộp đôi, với các tham số $b=30$ m; tần số dao động uốn $\omega_n=0,383$ rad/s; tần số dao động xoắn $\omega_a=0,509$ rad/s; độ cản Lehr theo phương uốn $\zeta_h=0,003$; độ cản Lehr theo phương xoắn $\zeta_a=0,0015$; khối lượng trên một đơn vị dài $m=39,5 \times 10^3$ kg/m; momen quán tính khối trên một đơn vị dài $I=26700 \times 10^3$ kgm²/m; khối lượng riêng không khí $\rho=1,25$ kg/m³ [15]. Các tham số khí động của cầu Gibraltar được xác định bằng thực nghiệm [16].



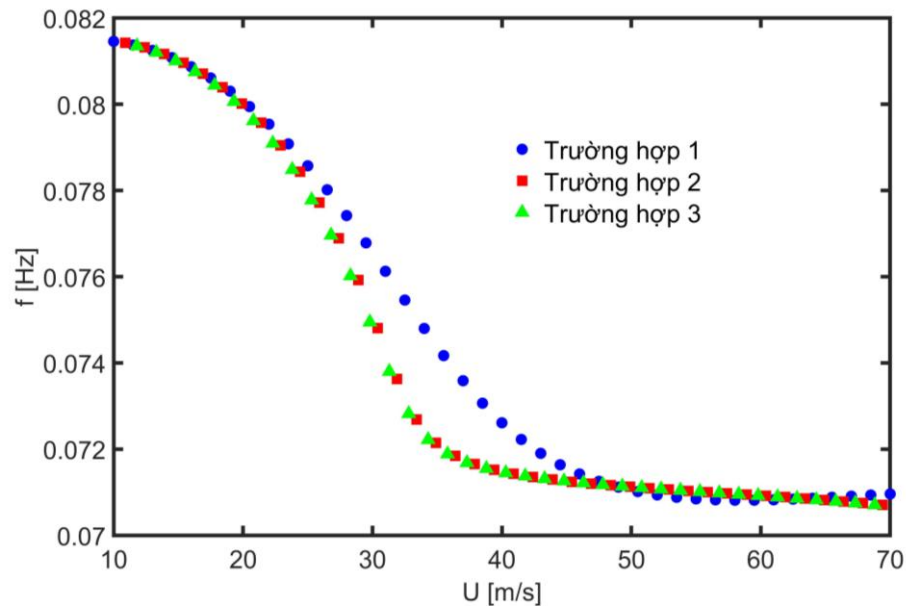
Hình 5. Đồ thị quan hệ U-f trong ba trường hợp với nhánh uốn (cầu Akashi Kaikyo).



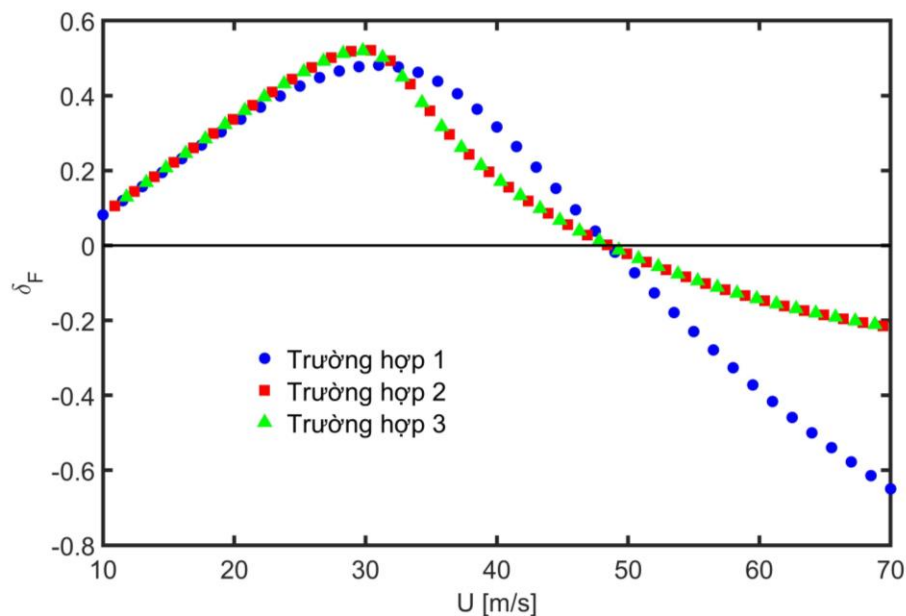
Hình 6. Đồ thị quan hệ U- δ_F trong ba trường hợp với nhánh uốn (cầu Akashi Kaikyo).

3.2.2. Các kết quả mô phỏng số

Với số liệu đầu vào như mục 3.2.1, tiến hành mô phỏng số bằng phần mềm Matlab với ba trường hợp giả thiết nghiệm cho cả hai nhánh uốn và xoắn. Cả ba trường hợp đều xảy ra mất ổn định ở cả nhánh xoắn và nhánh uốn với vận tốc gió flutter tới hạn là 48,5 m/s và tần số flutter tương ứng là 0,0712 Hz. Theo tài liệu [15], vận tốc gió tới hạn là 48,2 m/s. Như vậy, có thể nhận thấy vận tốc gió flutter tới hạn tính toán trong bài báo phù hợp tốt với các tài liệu tham khảo.

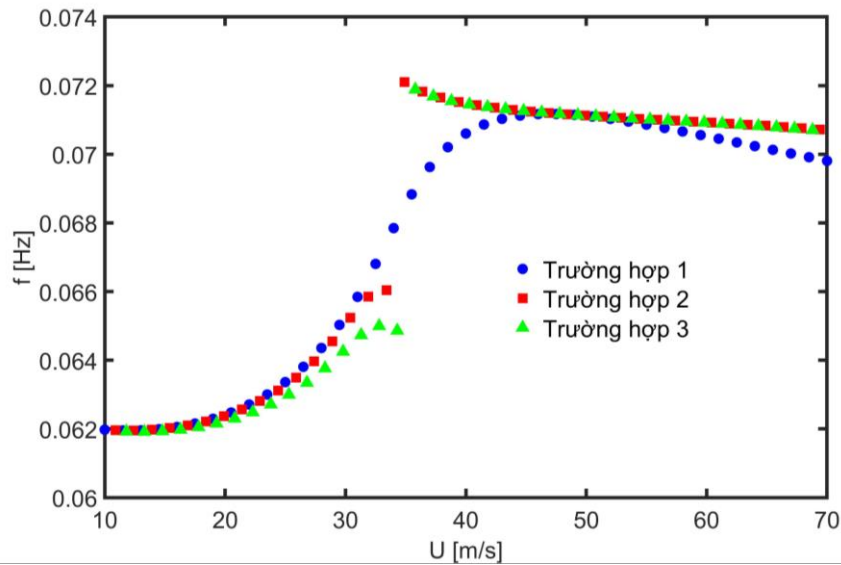


Hình 7. Đồ thị quan hệ U-f trong ba trường hợp với nhánh xoắn (cầu Gibraltar).

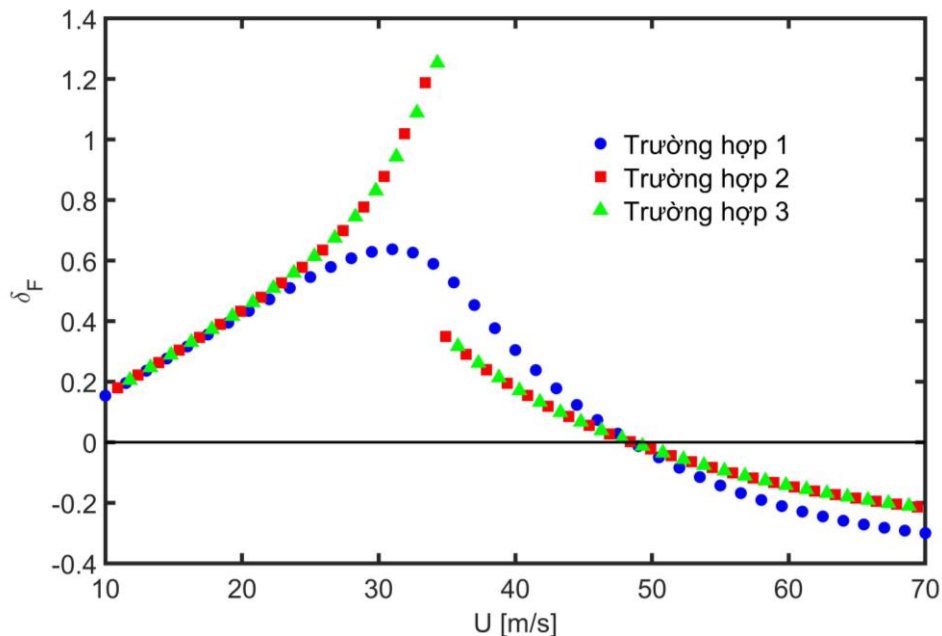


Hình 8. Đồ thị quan hệ U- δ_F trong ba trường hợp với nhánh xoắn (cầu Gibraltar).

Sự biến thiên của tần số flutter và độ cản Loga theo vận tốc gió được lần lượt biểu thị như trên hình 7 và 8 cho nhánh xoắn, hình 9 và 10 cho nhánh uốn. Có thể nhận thấy rằng, với cầu Gibraltar, đồ thị biến thiên của tần số và độ cản của trường hợp 2 và 3 bám sát nhau, trong khi đó đồ thị của trường hợp 1 lại tách ra và có sự sai khác rõ rệt ở cả vùng dưới tới hạn và trên tới hạn cho cả nhánh xoắn và nhánh uốn. Đặc biệt là đối với nhánh uốn, đồ thị biến thiên tần số và độ cản Loga trong trường hợp 1 không bị phân tách như trường hợp 2 và trường hợp 3. Khi vận tốc gió là 70 m/s, độ cản Loga lần lượt là -0,65; -0,22; -0,22 đối với các trường hợp 1, 2 và 3 trên nhánh xoắn. Trong khi đó, với vận tốc gió là 70 m/s, độ cản Loga lần lượt là -0,30; -0,22; -0,22 đối với các trường hợp 1, 2 và 3 trên nhánh uốn.



Hình 9. Đồ thị quan hệ U-f trong ba trường hợp với nhánh uốn (cầu Gibraltar).



Hình 10. Đồ thị quan hệ U- δ_F trong ba trường hợp với nhánh uốn (cầu Gibraltar).

4. Kết luận

Bài báo dựa trên mô hình mặt cắt của dầm cầu chịu tác dụng của gió, sử dụng phương pháp bước lặp, thu được các kết quả như sau:

- Tổng hợp các trường hợp giả thiết nghiệm của phương pháp bước lặp cho cả hai nhánh uốn và xoắn.

- Tiến hành mô phỏng số tính toán vận tốc gió flutter tới hạn với các mô hình mặt cắt của cầu Akashi Kaikyo và cầu Gibraltar. Đối với cầu Akashi Kaikyo, sự mất ổn định flutter diễn ra ở nhánh xoắn. Trong khi đó, với cầu Gibraltar, sự mất ổn định flutter diễn ra ở cả nhánh xoắn và nhánh uốn với cùng vận tốc gió.

- Cả ba trường hợp giả thiết nghiệm đều cho kết quả vận tốc gió flutter tới hạn là như nhau. Đối với cầu Akashi Kaikyo, sự biến thiên của tần số và độ cản Loga tại vùng dưới tới hạn nhìn chung là trùng khớp trong các trường hợp giả thiết nghiệm. Tuy nhiên, tại vùng trên tới hạn, chỉ còn trường hợp 2 và trường hợp 3 là cho kết quả trùng khớp đối với tần số flutter và độ cản Loga, trong khi đó trường hợp 1 cho kết quả sai lệch rõ rệt. Trong khi đó, với cầu Gibraltar, sự sai lệch về tần số flutter và độ cản Loga của trường hợp 1 so với các trường hợp 2 và 3 xảy ra ở cả vùng dưới tới hạn cũng như trên tới hạn đối với hai nhánh xoắn và uốn. Như vậy, qua phân tích dao động flutter của hai cầu Akashi Kaikyo và Gibraltar, nhận thấy rằng để xác định đáp ứng khí động của dầm cầu trên toàn miền vận tốc gió, việc sử dụng giả thiết nghiệm theo trường hợp 1 sẽ là không phù hợp.

LỜI CẢM ƠN

Nhóm nghiên cứu tiềm năng Thiết kế và gia công tối ưu sản phẩm cơ khí có tương tác khí động bằng công nghệ tiên tiến (mã số: 06-2025-NCTN) trân trọng cảm ơn sự hỗ trợ của Đại học Công nghiệp Hà Nội trong quá trình thực hiện nghiên cứu này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] E. Simiu, R.H. Scanlan (1996), *Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design* (3rd Edition), John Wiley & Sons, 704pp.
- [2] C. Dyrbye, S.O. Hansen (1996), *Wind Loads on Structures*, John Wiley & Sons, 248pp.
- [3] U. Starossek (1992), *Brückendynamik-Winderregte Schwingungen Von Seilbrücken*, Wiesbaden: Vieweg, 262pp, DOI: 10.1007/978-3-322-83187-3.
- [4] M. Matsumoto, Y. Kobayashi, H. Shirato (1996), “The influence of aerodynamic derivatives on flutter”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **60**, pp.227-239, DOI: 10.1016/0167-6105(96)00036-0.
- [5] M. Matsumoto (1996), “Aeroedynamic damping of prisms”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **59(2-3)**, pp.159-175, DOI: 10.1016/0167-6105(96)00005-0.
- [6] M. Matsumoto, Y. Daito, F. Yoshizumi, et al. (1997), “Torsional flutter of bluff bodies”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **69-71**, pp.871-882, DOI: 10.1016/S0167-6105(97)00213-4.
- [7] M. Matsumoto, K. Mizuno, K. Okubo, et al. (2005), “Torsional flutter and branch characteristics for 2-D rectangular cylinders”, *Journal of Fluids and Structures*, **21(5-7)**, pp.597-608, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2005.07.021.
- [8] M. Matsumoto, K. Mizuno, K. Okubo, et al. (2007), “Flutter instability and recent development in stabilization of structures”, *Journal of Wind Engineering and*

Industrial Aerodynamics, **95(9-11)**, pp.888-907, DOI: 10.1016/j.jweia.2007.01.015.

[9] M. Matsumoto, K. Okubo, Y. Ito, et al. (2008), “The complex branch characteristics of coupled flutter”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **96(10-11)**, pp.1843-1855, DOI: 10.1016/j.jweia.2008.02.011.

[10] M. Matsumoto, H. Matsumiya, S. Fujiwara, et al. (2010), “New consideration on flutter properties based on step-by-step analysis”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **98(8-9)**, pp.429-437, DOI: 10.1016/j.jweia.2010.02.001.

[11] N.V. Khang, A. Seils, T.N. An, et al. (2016), “An improvement of the step-by-step analysis method for study on passive flutter control of a bridge deck”, *Archive of Applied Mechanics*, **86(3)**, pp.557-573, DOI: 10.1007/s00419-015-1046-z.

[12] N.H. Son, H.V. Bao, N.V. Quyen, et al. (2025), “Improve flutter stability for streamlined sections by arranging eccentric masses”, *Proceedings of The 1st International Conference on Sustainability and Emerging Technologies for Smart Manufacturing*, pp.245-252, DOI: 10.1007/978-981-97-7083-0_24.

[13] D.J.N. Limebeer, J.M.R. Graham, X. Zhao (2011), “Buffet suppression in long-span suspension bridges”, *Annual Reviews in Control*, **35(2)**, pp.235-246, DOI: 10.1016/j.arcontrol.2011.10.012.

[14] P. Omenzetter, K. Wilde, Y. Fujino (2000), “Suppression of wind-induced instabilities of a long span bridge by a passive deck-flaps control system: Part II: Numerical simulations”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **87(1)**, pp.81-91, DOI: 10.1016/S0167-6105(00)00017-9.

[15] G.D.B.R. Lopes (2010), *Aerodynamic Control of Flutter of Suspension Bridges*, Doctoral Thesis, Pontifica Universidade Católica, Rio de Janeiro, Brazil.

[16] U. Starossek (2009), <https://www.tuhh.de/sdb/brueckenprofile/experimental/experimentelle.html>, accessed 22 February 2021.